

ОБТЕКАНИЕ ПЛОСКИХ КОНТУРОВ С НЕФИКСИРОВАННЫМИ ТОЧКАМИ ОТРЫВА ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Ю.М. Король *к-т техн. наук, доцент*

О.Н. Рудько *аспирант*

Национальный университет кораблестроения им. адм. Макарова, Николаев, Украина

Одно из актуальных направлений в исследованиях отрывных течений несжимаемой жидкости связано с численным и физическим моделированием обтекания плоских контуров с нефиксированными точками отрыва пограничного слоя. Возникающее из-за отрыва пограничного слоя макровихревое нестационарное движение в гидродинамическом следе приводит к изменению положения точек отрыва, которые начинают совершать колебательные движения. Кроме того, даже для симметричного контура возникает асимметрия обтекания и, как следствие, – периодические продольные и поперечные гидродинамические силы.

Задача решалась двумя методами. Первый – основан на совокупности методов идеальной и вязкой жидкостей и состоит в следующем.

1) В начальный момент времени методом гидродинамических особенностей, расположенных внутри контура определяется комплексный потенциал бесциркуляционного косо обтекания контура заданного совокупностью точек и изображенного на рис. 1.

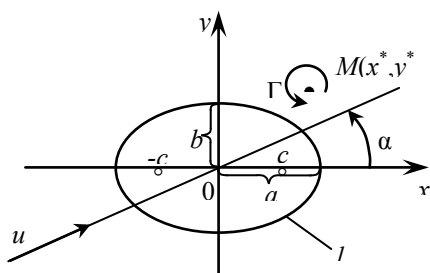


Рис. 1. Обтекаемый контур и система координат

Искомый потенциал, в общем случае при наличии вихря с интенсивностью Γ , расположенного в точке $M(x^*, y^*)$ ищется в виде

$$W = W_0 + W_1 + W_2, \quad (1)$$

где $W_0 = u_\infty e^{-i\alpha} z$ – потенциал набегающего однородного поступательного потока со скоростью u_∞ , под углом атаки α ; $W_1 = \frac{\Gamma}{2\pi i} \ln(z - z^*)$ – потенциал циркуляционного потока от вихря, расположенного в точке $M(z^*)$;

$W_2 = v_{x0} w_{21} + v_{y0} w_{22} + \frac{\Gamma}{2\pi} w_{23}$ – подлежащий определению потенциал, добавляемый к первым двум для

удовлетворения граничных условий на контуре и бесконечности.

Представим единичные комплексные потенциалы в виде ряда $w_{2k} = (\varphi_{2k} + i\psi_{2k}) = H_k \sum_{n=1}^N A_{kn} + iB_{kn} w_n$, (2)

причем при бесциркуляционном обтекании ($k = 1, 2$) в качестве базисных функций удобно взять потенциалы диполей $w_n = (z - z_n)^{-1}$, а для циркуляционного ($k = 3$) – $w_n = \ln(z - z_n)$, где $z_n = \frac{2c(n-1)}{N-1} - c$, N – количество

членов ряда (2) ($N \geq 2$). Таким образом, для циркуляционного обтекания единичный комплексный потенциал представляется совокупностью вихреисточников.

Очевидно, что представление (2), удовлетворяя условиям на бесконечности, позволяет получить решение задачи, если интенсивности особенностей выбрать так, чтобы выполнялись граничные условия. Для этого разобьем контур на, вообще говоря, неравные отрезки Δl_j при помощи лучей исходящих из начала координат на равных угловых расстояниях друг от друга.

Удовлетворяя в каждой точке с порядковым номером j контура граничным условиям непротекания можно получить выражение

$$H_k \sum_{n=1}^N A_{kn} \psi_{1nj} + B_{kn} \psi_{2nj} = G_{kj}, \quad (3)$$

в котором $\psi_{1nj} = \text{Im}[w_{nj}(\bar{z}_j)]$, $\psi_{2nj} = \text{Im}[i w_{nj}(\bar{z}_j)] = \text{Re}[w_{nj}(\bar{z}_j)]$, $\bar{z} = r_{\min}^{-1} z$, r_{\min} – модуль минимального радиус-вектора контура, $\bar{x} = r_{\min}^{-1} x$; $\bar{y} = r_{\min}^{-1} y$,

$$G_{kj} = \begin{cases} -\bar{y}_j & \text{при } k = 1; \\ \bar{x}_j & \text{при } k = 2; \\ \text{Im}[i \ln(\bar{z}_j - \bar{z}^*)] & \text{при } k = 3. \end{cases} \quad H_k = \begin{cases} r_{\min} & \text{для } k = 1, 2; \\ 1 & \text{для } k = 3. \end{cases}$$

Далее, используя метод наименьших квадратов, получим систему линейных алгебраических уравнений для определения интенсивности гидродинамических особенностей в виде

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N \Psi_{11nm} A_{kn} + \Psi_{21nm} B_{kn} &= G_{1km}; \\ \sum_{n=1}^N \Psi_{12nm} A_{kn} + \Psi_{22nm} B_{kn} &= G_{2km}, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \Psi_{11nm} &= \sum_{j=1}^J \Psi_{1nj} \Psi_{1mj}; \quad \Psi_{21nm} = \sum_{j=1}^J \Psi_{2nj} \Psi_{1mj}; \\ \Psi_{12nm} &= \sum_{j=1}^J \Psi_{1nj} \Psi_{2mj}; \quad \Psi_{22nm} = \sum_{j=1}^J \Psi_{2nj} \Psi_{2mj}; \\ G_{1km} &= H_k^{-1} \sum_{j=1}^J G_{kj} \Psi_{1mj}; \quad G_{2km} = H_k^{-1} \sum_{j=1}^J G_{kj} \Psi_{2mj}. \end{aligned}$$

Таким образом, краевые задачи для комплексных потенциалов w_{2k} свелись к решению систем линейных алгебраических уравнений (4).

2) По методике М.Е. Швеца определяются координаты точек отрыва пограничного слоя из условия

$$\frac{\delta^2}{v} \frac{du_e}{dx} = -4, \quad \text{где} \quad \frac{\delta^2}{v} = \frac{16}{u_e^6} \int_0^x u_e^5 dx, \quad (5)$$

причем u_e – скорость на внешней границе пограничного слоя; x – искомая протяженность пограничного слоя от носовой критической точки до точки отрыва.

3) Определяется вихренность, сходящая из пограничного слоя в точке A за элемент времени Δt , равная циркуляции скорости $\Delta\Gamma$ вокруг элемента пелены, а именно

$$\Delta\Gamma = -\int_0^\delta u \frac{\partial u}{\partial y} dy \Delta t = -u_e^2 \frac{\Delta t}{2}, \quad (6)$$

где u_e – скорость на внешней границе пограничного слоя толщиной δ .

4) Свободные вихри, отождествляемые с частицами жидкости, за время Δt перемещаются в новые положения по направлению скорости.

5) Определяется комплексный потенциал обтекания контура с учетом образовавшихся свободных вихрей.

6) Интегрированием давлений, либо по теореме импульсов и моментов импульсов определяется силовое воздействие жидкости на контур.

Далее в цикле 2-6 в потоке появляются все новые и новые свободные вихри, которые и формируют исследуемое течение.

Численная реализация изложенного алгоритма осуществляется при помощи разработанной Ю.М. Королем программы CONTUR2006. Так, например, на рис. 2 показаны положения точек отрыва пограничного слоя с течением времени на эллиптическом контуре с соотношением полуосей $a/b = 2$, а на рис.3 – формирование гидродинамического следа при различных углах атаки.

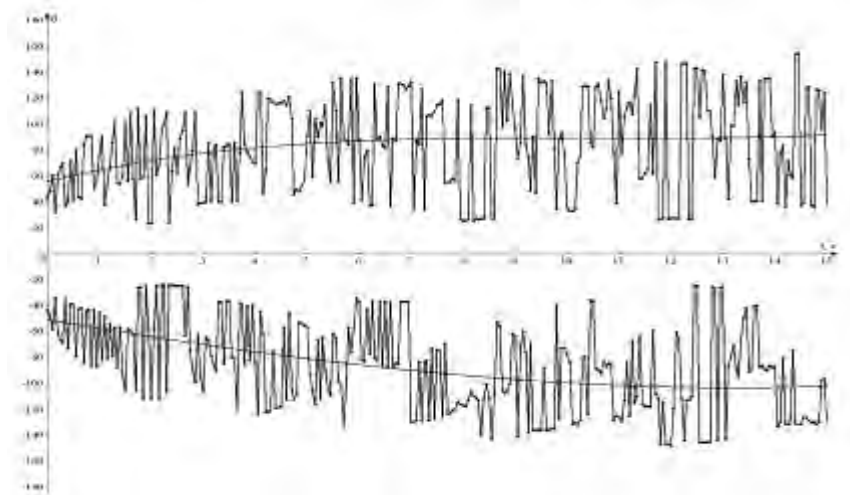


Рис. 2 Изменение положения точек отрыва пограничного слоя с течением времени при $\alpha = 0$, $Re = 1,24 \cdot 10^6$

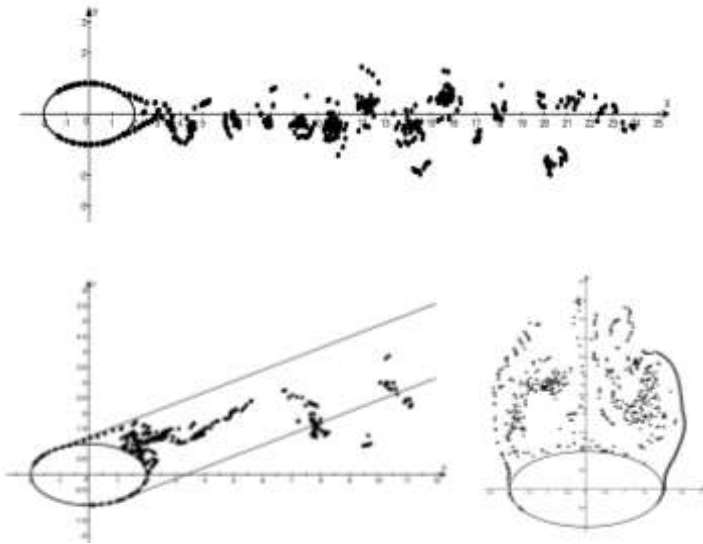


Рис.3 Формирование гидродинамического следа за контуром

. На рис. 4 сплошной плавной линией показано распределение коэффициента давления в идеальной жидкости, волнистой – расчетные значения с учетом отрыва.

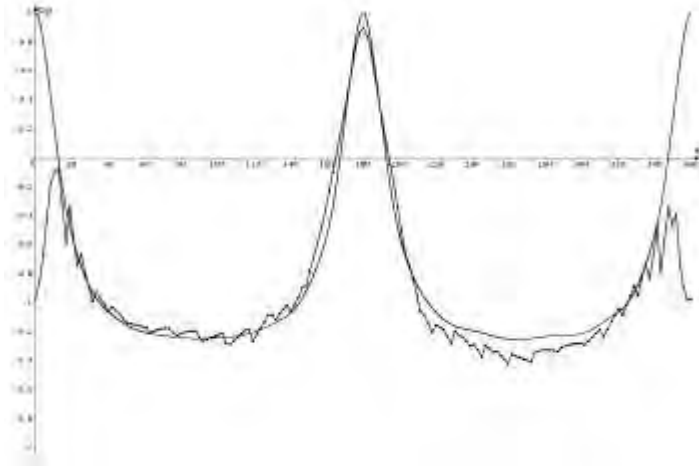


Рис. 4. Распределение коэффициента давления по контуру при $\alpha = 0$, $Re = 2,48 \cdot 10^6$

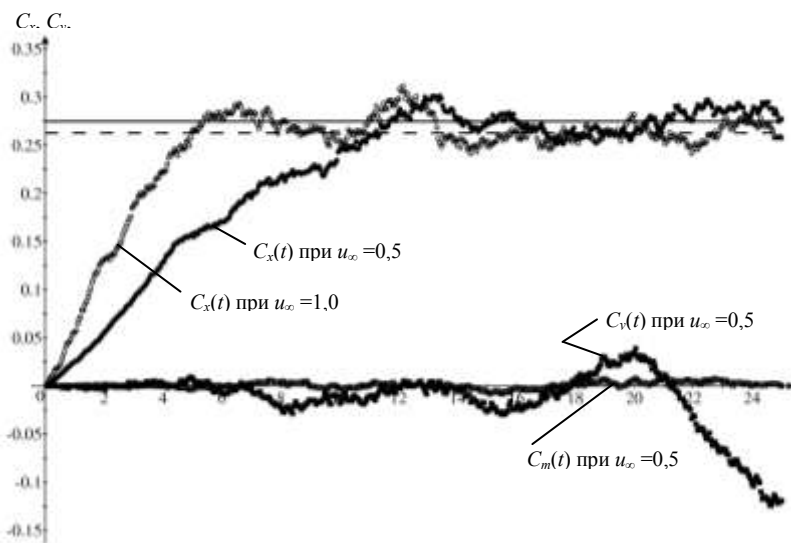


Рис. 5. Зависимости $C_x(t)$, $C_y(t)$, $C_m(t)$ при $\alpha = 0$

Уменьшение коэффициента давления в кормовой критической точке вызывает возникновение силы сопротивления и вполне соответствует данным физического эксперимента. На рис. 5. представлены гидродинамические коэффициенты контура, получаемые в процессе расчета с течением времени. Как видно, с

течением времени процесс формирования гидродинамического следа заканчивается, а зависимость $C_x(t)$, $C_y(t)$, $C_m(t)$ приобретает вид легко усредняемой периодической функции.

Для отладки и тестирования программ, реализующих теоретический алгоритм метода дискретных вихрей и численный с использованием комплекса FlowVision, были выполнены аэродинамические испытания трех эллиптических цилиндров, изображенных на рис. 6.



Рис.6. Модели эллиптических цилиндров
Размеры цилиндров таковы:

– №1 – $l \times 2a \times 2b = 0,1500 \times 0,0520 \times 0,0190$; $a/b = 2,74$; $l/(2b) = 7,89$;

– №2 – $l \times 2a \times 2b = 0,1500 \times 0,0511 \times 0,0266$; $a/b = 1,92$; $l/(2b) = 5,64$;

– №3 – $l \times 2a \times 2b = 0,1500 \times 0,0497 \times 0,0355$; $a/b = 1,40$; $l/(2b) = 4,23$,

и выбраны из условия их размещения в ядре аэродинамической трубы кафедры гидромеханики НУК (видна на заднем плане рис.6). Для уменьшения концевых потерь на торцах цилиндров расположены шайбы.

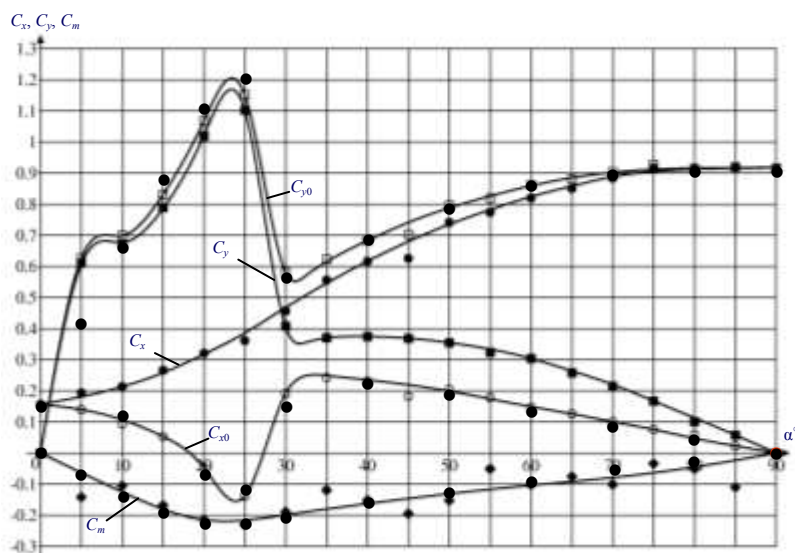


Рис. 7. Аэродинамические коэффициенты цилиндра №1

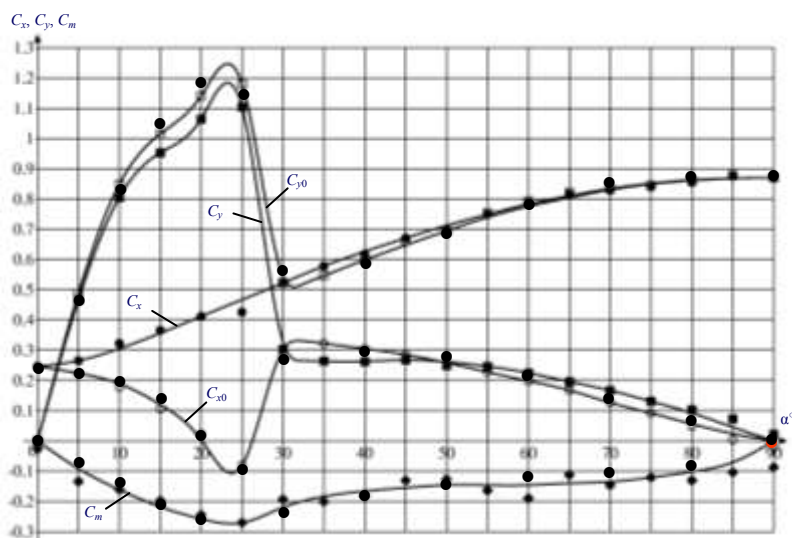


Рис. 8 Аэродинамические коэффициенты цилиндра №2

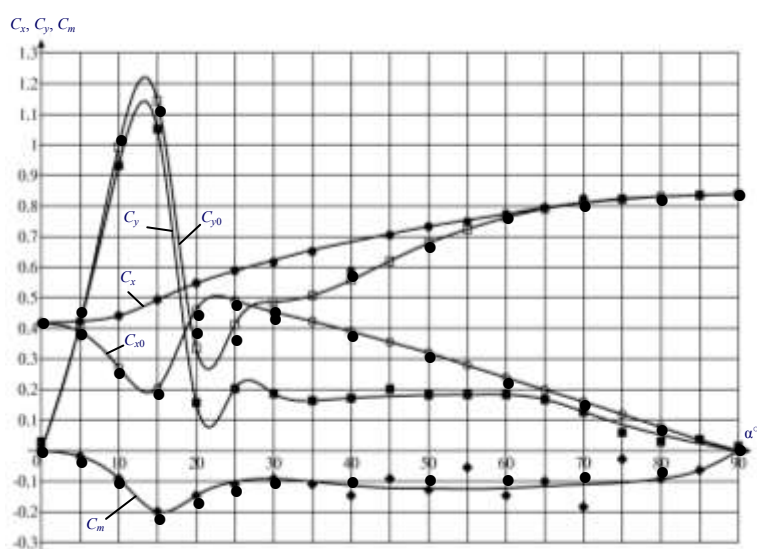


Рис. 9. Аэродинамические коэффициенты цилиндра №3

На рис. 7-9 приведены аэродинамические коэффициенты цилиндров в поточной и связанной системах координат. Данные полученные экспериментально изображены сплошными линиями и квадратными точками, а теоретически по методу дискретных вихрей – большими круглыми точками.

Второй метод – численное моделирование процесса обтекания в среде FlowVision.

Целью исследования является определение зависимости аэродинамических коэффициентов от угла атаки $C_x(\alpha)$, $C_y(\alpha)$ при фиксированном числе $Re = 0.85 \cdot 10^5$.

Задачи исследования:

- оценка влияния выбора расчетной модели (ламинарная, турбулентная);
- оценка влияния размеров бокса;
- оценка влияния степени турбулентности набегающего потока;
- оценка сходимости и вычислительной эффективности;
- сравнение результатов численных и физических экспериментов.

Средствами Solid Works создается модель бокса $0,24 \times 0,16 \times 0,15$ м и отдельно – эллиптического цилиндра с размерами $l = 0.17$ м; $2a = 0,0520$ м; $2b = 0,0190$ м. Эллиптический цилиндр импортируется в расчетную область при помощи фильтра препроцессора «подвижное тело», что весьма удобно для оперативного перемещения обтекаемого тела и придания ему нужного угла атаки. Расстановка граничных условий показана на рис. 10.

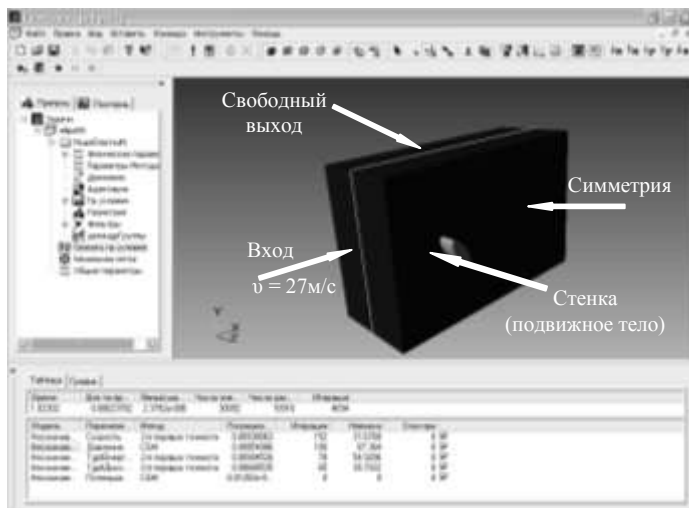


Рис. 10. Расчетная область и граничные условия FlowVision

Вначале исследовалось влияние выбора расчетной модели, поскольку принятое для исследования число Рейнольдса $0,85 \cdot 10^5$ (соответствует физическому эксперименту) близко к критическому. На рис.11 . показаны результаты моделирования для модели «ламинарная жидкость» (решаются уравнения Навье-Стокса). В гидродинамическом следе хорошо видна расходящаяся цепочка Кармана состоящая из вихрей и антивихрей, располагающихся в шахматном порядке.

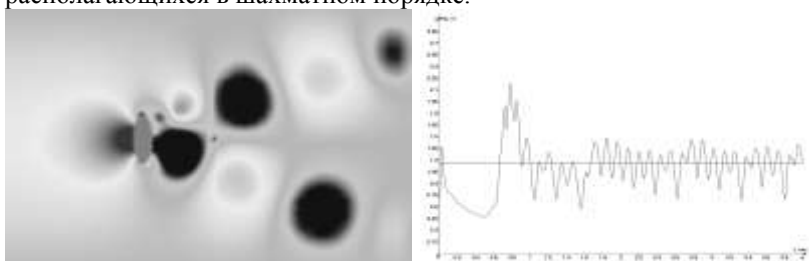


Рис. 11. Картина обтекания и зависимость силы сопротивления от времени для модели «ламинарная жидкость» при угле атаки $\alpha = 90^\circ$ ($C_x = 2,326$)

Результаты моделирования для модели «несжимаемая жидкость» (решаются уравнения Навье-Стокса + $k - \epsilon$ модель турбулентности) показаны на рис. 12. Как видно из рисунка структура гидродинамического следа осталась прежней, однако вихри и антивихри располагаются в цепочке Кармана вдоль потока параллельно. Несколько уменьшился и коэффициент сопротивления. Поле давления при различных углах атаки для этой модели показано на рис. 13.

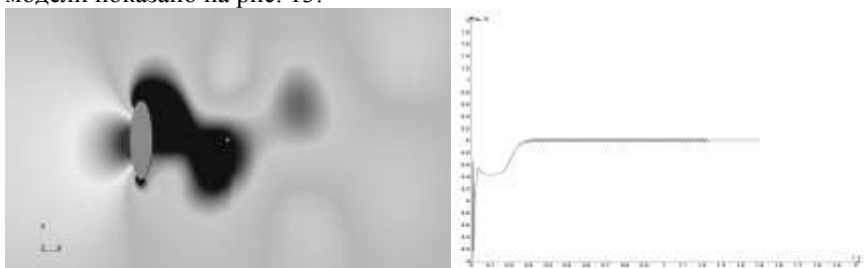
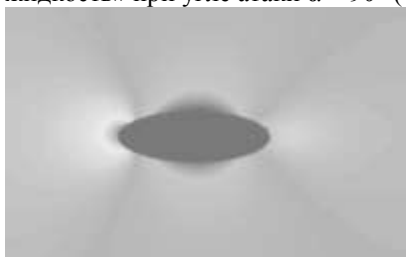


Рис. 12. Картина обтекания и зависимость силы сопротивления от времени для модели «несжимаемая жидкость» при угле атаки $\alpha = 90^\circ$ ($C_x = 2,111$)



$\alpha = 0^\circ$



$\alpha = 45^\circ$

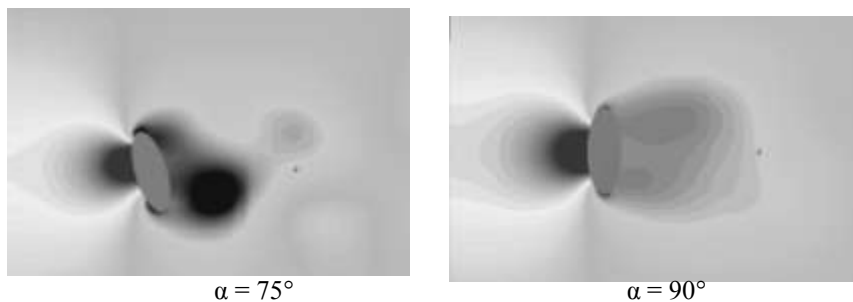


Рис.13. Картина обтекания в модели «несжимаемая жидкость» при различных углах атаки

Выполнено исследование влияния размеров бокса при различных углах атаки. Результаты сравнения физического и численного экспериментов для эллиптического цилиндра $l \times 2a \times 2b = 0,1500 \text{ м} \times 0,0511 \text{ м} \times 0,0266 \text{ м}$ с углом атаки 45° при масштабе турбулентности 0,1 и разных размеров расчетной области приведено в табл. 1. Как видно из приведенных результатов влияние размеров бокса весьма существенно, однако чрезмерное увеличение его размеров не всегда ведет к улучшению результатов моделирования.

Таблица 1

	Физический эксперимент	Численный эксперимент		
		Размеры бокса: 0,16м×0,24м	Размеры бокса: 0,24м×0,32м	Размеры бокса: 0,08м×0,12м
C_x	0,6704	0,6463	0,9484	0,9184
C_y	0,2674	0,2489	0,1693	-0,0526

Исследовалось влияние и других параметров препроцессора, а именно: числа Куранта, степени адаптации, масштаба турбулентности и уровня пульсации набегающего потока, однако существенного влияния на результаты моделирования этих параметров установить не удалось.

Оценка сходимости осуществлялась по поведению гидродинамических сил в зависимости от числа итераций. За окончательный результат принимались осредненные значения сил на участке установившегося процесса, как это показано на рис. 14.

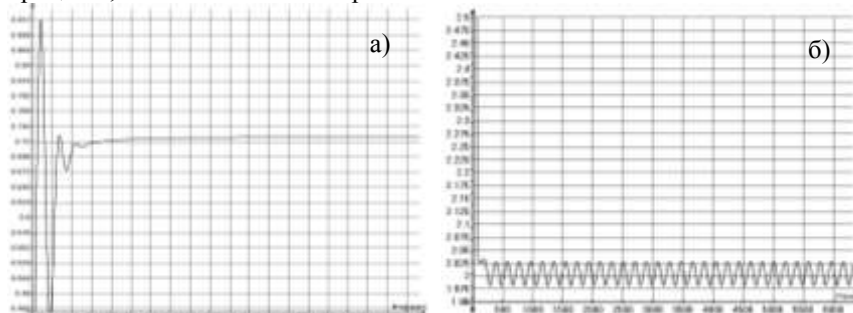


Рис. 14. Зависимость сопротивления от числа итераций для угла атаки а) $\alpha = 5^\circ$ и б) $\alpha = 40^\circ$

Для эллиптического цилиндра №1 на рис. 15 приведено сравнение результатов численного и физического моделирования. Расхождение данных по C_x при больших углах атаки можно объяснить влиянием двух факторов:

- 1) слишком большим уровнем турбулентности набегающего потока, который способствовал более раннему переходу в закризисную зону и привел к уменьшению коэффициента сопротивления;
- 2) влиянием колебаний тела в потоке на упругих элементах динамометра за счет периодического отрыва пограничного слоя.

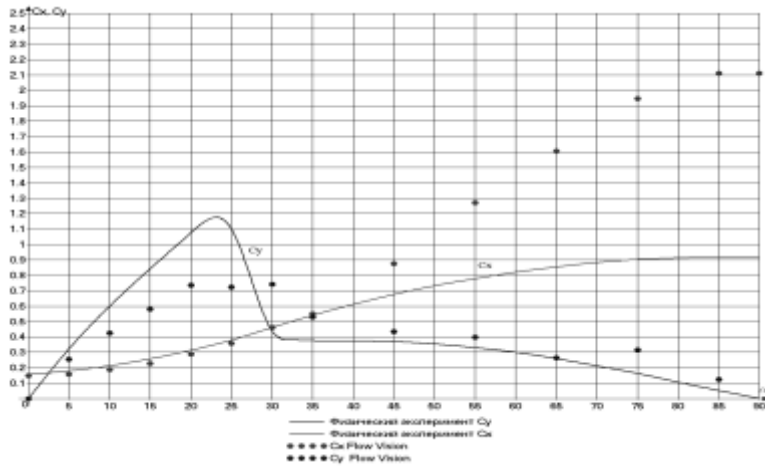


Рис. 15. Результаты физического и численного моделирования

В заключение отметим, что оба рассмотренных метода в принципе достаточно полно описывают весьма сложный гидродинамический процесс отрыва пограничного слоя с тел, не имеющих острых кромок. Этот процесс отличается существенной нестационарностью и высокой чувствительностью к различным факторам, поэтому его исследование вызывает определенные трудности, а практическая значимость – интерес специалистов.

Считаем необходимым продолжить моделирование этого процесса в среде FlowVision совместно с пакетом ABAQUS для возможности учета малоизученного влияния колебания тел в потоке при физическом моделировании.