

## Моделирование конвективных атмосферных течений большого масштаба в ПК FlowVision

М.Т. Абшаев<sup>1</sup>, А.М. Абшаев<sup>1</sup>, А.А. Аксенов<sup>2</sup>, Ю.В. Фишер<sup>3</sup>, А.Е. Щеляев<sup>3</sup>

<sup>1</sup>ООО «НПЦ «Антиград»,

<sup>2</sup>Объединенный институт высоких температур РАН,

<sup>3</sup>ООО «ТЕСИС»

Для моделирования конвективных течений в атмосфере разработана математическая модель атмосферных течений большого масштаба в ПК FlowVision, решение уравнений движения, энергии и массопереноса проводится в относительных переменных. Приводятся вывод основных математических зависимостей, а также верификация полученной модели. Проведены численные эксперименты, позволяющие оценить возможность использования метода высокоскоростной струи для стимулирования искусственной конвекции и, в конечном итоге, для создания осадков. Исследованы различные атмосферные условия, теоретические и реальные, для определения наиболее благоприятных условий для создания искусственных осадков. Расчеты проведены на суперкомпьютере «Торнадо».

*Ключевые слова:* искусственные осадки, CFD, вычислительная газодинамика, метеорология.

### 1. Введение

Актуальная проблема во многих странах - проблема нехватки пресной воды. Одним из относительно дешевых и экологически чистых методов пополнения ресурсов пресной воды является извлечение атмосферной влаги из туманов и искусственное увеличение осадков. Основой для технологии искусственного увеличения осадков служат исследования по содержанию влаги в виде пара в воздушной атмосфере: атмосфера содержит около  $1,3 \cdot 10^{13}$  тонн водяного пара. Это содержание систематически обновляется за счет глобального гидрологического цикла «конденсация-осадки-испарение» с периодичностью 40-45 дней [1]. Конвективные потоки, которые представляют интерес с точки зрения создания искусственных осадков, развиваются на больших высотах – до нескольких километров от поверхности земли.

Почти все попытки создания искусственных облаков и осадков, предпринятые ранее, предусматривали локальный прогрев приземной атмосферы. Еще в древности шаманы Южной Америки и Экваториальной Африки создавали искусственные пожары в прериях и саваннах для вызова дождя в засуху [2]. В 1960-1980 годах во Франции и СССР были выполнены серьезные исследования возможности создания искусственных облаков и осадков с помощью метеотронов, в которых сжигали нефтепродукты [3-6]. Проведенные исследования показали принципиальную способность подняться струе до уровня конденсации пара и возможность создания искусственных облаков: при благоприятных условиях высота подъема струи составляла 1000-1200 м [4]. Результаты экспериментов подтверждались и теоретическими моделями распространения струй в атмосфере [4], математическая модель свободной струи в атмосфере с учетом сдвига от ветра описана в [7].

Численное моделирование осесимметричного конвективного потока с простейшей алгебраической моделью турбулентности исследовалось в работе [8]. Математическая модель реальной двигательной установки с осесимметричной струей и в условиях сухого воздуха представлена в [9], при помощи которой были сделаны оптимистичные оценки высоты вертикального подъема струи. Основой большинства математических моделей, как отмечено в статье [10], является приближение Буссинеска или некоторое обобщение этой модели, как частный случай - всплытие термиком, представленных в исследованиях [10]. Развитие математической модели применения нелинейных уравнений Буссинеска с учетом существенного градиента плотности с высотой описано в работе [11].

Во всех названных моделях конвективных струй в приземных слоях атмосферы не учитывалось влияние реальных атмосферных условий: профили температуры, скорости ветра и влажности, которые могут оказывать существенное влияние на распространение конвективных течений и, следовательно, на возможность создания искусственных облаков. Кроме того, для исследования различных методов локального прогрева необходима универсальная математическая модель, которая должна учитывать транс- и сверхзвуковые течения (например, трансзвуковой выход из сопла двигателя) и наличие влажности, а также фазовые переходы.

В результате научной работы описана математическая модель для исследования восходящих конвективных потоков в атмосфере, обеспечивающая устойчивое 3D-решение, представленная модель реализована в ПК FlowVision. Созданная математическая модель учитывает реальные атмосферные условия по распределению температуры, скорости и направлению ветра, влажности. Проведена верификация модели на нескольких задачах, выполнены расчеты конвективных течений, инициируемых вертикальной горячей струей.

## 2. Описание постановки задачи

Целью работы является моделирование искусственной конвекции, стимулируемой путем прогрева локальных участков в приземных слоях атмосферы с применением различных устройств, и изучение особенностей воздушных потоков на основе 3D математической модели FlowVision. В качестве устройства, обеспечивающего конвекцию в атмосфере, рассматривается двигатель с поворотным выходным соплом [12]. Моделируется струя, которая поднимается вверх, постепенно расширяясь и наращивая массу за счет вовлечения окружающего воздуха.

## 3. Исходные данные для моделирования

В качестве исходных данных задаются параметры атмосферы, зависящие от высоты над уровнем моря: температура воздуха, °С; давление, Па; влажность, %; направление и скорость ветра, м/с.

Параметры атмосферы могут быть заданы как теоретические (постоянный линейный градиент температуры по высоте), так и реальные, полученные при помощи измерительной аппаратуры для конкретной местности. Дополнительно задаются исходные данные для каждой установки, инициирующей конвекцию. Параметры двигательной установки представлены в таблице 1.

Таблица 1. Параметры двигательной установки

№	Параметр	Обозначение	Размерность	Значение
1	Температура струи при выходе	$T_0$	°С	300
2	Скорость при выходе	$W_0$	м/с	≈ 300
3	Расход	$M_0$	кг/с	200
4	Диаметр выходного сопла	$D_0$	м	1,2
5	Мощность	$P_J$	МВт	69
6	Время работы двигателя (в эксперименте)	$t$	мин	20

### 3.1 Состав и свойства атмосферного воздуха

При проведении расчетов используется смесь газов – воздуха и водяного пара. Свойства воздуха и водяного пара берутся из базы веществ ПК FlowVision, для смеси действует уравнение состояния идеального газа.

Относительная влажность определяется через массовое содержание паров воды:

$$f = \frac{m_{H_2O} \cdot \rho}{fa} \cdot 100\%, \quad (1)$$

где  $m_{H_2O}$  – массовая доля пара,  $\rho$  – плотность смеси воздуха и паров воды, кг/м<sup>3</sup>;  $fa$  – абсолютная влажность при данной температуре воздуха, кг/м<sup>3</sup>.

В качестве опорных параметров, относительно которых будут заданы условия в граничных и начальных условиях [13], задаются давление и температура воздуха вблизи поверхности. Стоит обратить внимание, что вектор гравитации в интерфейсе ПК FlowVision не задается, кроме вариантов в сжимаемой постановке, а при наличии конвективных потоков массовые силы, обусловленные гравитацией, учитываются путем задания дополнительной силы в разработанной модели атмосферных течений.

### 3.2 Математическая модель сжимаемой постановки

Данная математическая модель применяется для исследования конвективных потоков в атмосфере до небольших высот 60-100 м.

*Решаемые уравнения*

При моделировании решаются следующие уравнения.

Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V}) = 0, \quad (2)$$

где  $\rho$  – плотность;  $t$  – время;  $\mathbf{V}$  – вектор скорости.

Уравнение Навье-Стокса:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V} \otimes \mathbf{V}) &= -\nabla p + \nabla \cdot \hat{\tau}_{eff} + \rho \mathbf{g}, \\ \hat{\tau}_{eff} &= (\mu + \mu_t) \left( 2\hat{\mathbf{S}} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{V}) \hat{\mathbf{I}} \right), \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\hat{\tau}_{eff}$  – тензор вязких напряжений эффективный;  $\mathbf{g}$  – вектор ускорения свободного падения;  $\mu$  – молекулярный коэффициент динамической вязкости;  $\mu_t$  – турбулентный коэффициент динамической вязкости;  $\hat{\mathbf{S}}$  – тензор скоростей деформации.

Уравнение энергии:

$$\frac{\partial \rho H}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V} H) = \frac{\partial p}{\partial t} - \nabla \mathbf{J}_q, \quad (4)$$

$$\mathbf{J}_q = - \left( \frac{\lambda}{C_p} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) (\nabla H - \mathbf{V} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{V})) + \left( \frac{\lambda}{C_p} (1 - L_e) + \frac{\mu_t}{Pr_t} (1 - L_{e_t}) \right) \sum_{i=species} h_i \nabla Y_i,$$

где  $H$  – полная энтальпия;  $\mathbf{J}_q$  – вектор плотности теплового потока;  $\lambda$  – молекулярная теплопроводность;  $C_p$  – удельная теплоемкость;  $Pr_t$  – турбулентное число Прандтля;  $L_e$  – молекулярное число Льюиса;  $L_{e_t}$  – турбулентное число Льюиса;  $h_i$  – термодинамическая энтальпия  $i$ -го компонента;  $Y_i$  – массовая доля  $i$ -го компонента смеси.

Для переноса пара, а также другого газа, смешиваемого с воздухом (продукты сгорания) рассчитывается уравнение переноса массовой доли пара:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho Y_i}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V} Y_i) + \nabla \mathbf{J}_i &= Q_i, \\ \mathbf{J}_i &= - \left( \frac{\mu}{Sc_i} + \frac{\mu_t}{Sc_{i_t}} \right) \nabla Y_i, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $Y_i$  – массовая доля компонента;  $Q_i$  – источниковый член  $i$ -го компонента;  $\mathbf{J}_i$  – диффузионный поток  $i$ -го компонента;  $Sc_i$  – молекулярное число Шмидта  $i$ -го компонента;  $Sc_{i_t}$  – турбулентное число Шмидта  $i$ -го компонента.

Для моделирования турбулентного переноса импульса используется модель KEFV [14-15]:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V} k) = \nabla \cdot \left( \left( \mu + f_t \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + \rho_c (P_k + G_k) - \rho_c \varepsilon_c \left( 1 + \xi (\max(M_t^2, M_{t0}^2) - M_{t0}^2) \right) - D_{pp}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V} \varepsilon) = \nabla \cdot \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right) + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2}{Re_t}}} \frac{\varepsilon}{k} \rho (C_{\varepsilon 1} f_1 (P_k + G_k) - C_{\varepsilon 2} f_2 \varepsilon), \quad (7)$$

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (8)$$

$$P_k = \nu_t \left( S - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{V})^2 \right) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{V}) k, \quad (9)$$

$$G_k = \nu_t \frac{\beta}{Pr_t} \mathbf{g} \cdot \nabla T, \quad (10)$$

$$D_{pp} = \begin{cases} 0 & y > Dist_{pp} \\ C_{pp} \rho ((\mathbf{n} \cdot \nabla(k|V|)) & y \leq Dist_{pp} \end{cases}, \quad (11)$$

$$f_t = 1 + C_1 \exp\left(-\left(\frac{Re_t}{C_2}\right)^2\right), \quad (12)$$

$$f_1 = 1 - C_{\varepsilon 3} + C_{\varepsilon 3} \frac{P_k}{G_k}, \quad (13)$$

$$f_2 = \frac{1}{1 + C_{Rich} \sqrt{\frac{W}{S}} \left(\sqrt{\frac{W}{S}} - 1\right)} \left(1 - \exp\left(-\frac{y_{Kolm}^+}{C_4}\right)\right)^2 \left(1 - C_3 \exp\left(-\left(\frac{Re_t}{C_6}\right)^2\right)\right), \quad (14)$$

$$y_{Kolm}^+ = \frac{(\nu \cdot \varepsilon)^{1/4} y}{\nu}, \quad (15)$$

$$Re_t = \frac{k^2}{\nu \varepsilon}, \quad (16)$$

$$M_t^2 = \frac{2k}{C^2}, \quad (17)$$

$$S = 2 \sum_{i,j} S_{ij} S_{ij}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i}\right), \quad (18)$$

$$(19)$$

$$W = 2 \sum_{i,j} W_{ij} W_{ij}, \quad W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} - \frac{\partial V_j}{\partial x_i}\right), \quad (20)$$

$$\sigma_k = 1; \quad \sigma_\varepsilon = 1.3;$$

$$C_{\varepsilon 1} = 1.44; \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92; \quad C_{\varepsilon 3} = 0.05;$$

$$C_1 = 5; \quad C_2 = 50; \quad C_3 = 0.335; \quad C_4 = 3.4; \quad C_5 = 5.8; \quad C_6 = 10000; \quad (21)$$

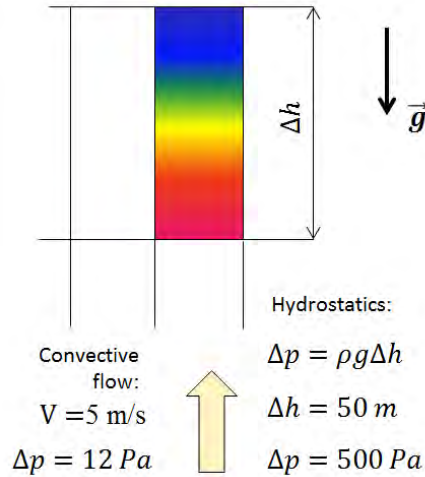
$$C_{pp} = 0.003; \quad C_{Rich} = 0; \quad \xi = 1.5; \quad M_{t0} = 0.25.$$

В уравнениях (6)–(21):  $k$  – турбулентная энергия,  $\varepsilon$  – скорость диссипации турбулентной энергии,  $c$  – здесь, скорость звука,  $Re_t$  – турбулентное число Рейнольдса,  $y$  – расстояние до ближайшей стенки. Указанные значения констант  $\xi = 1.5$ ;  $M_{t0} = 0.25$  (21) определяют модель Вилкокса учета сжимаемости в модели турбулентности. Описанная KEFV модель турбулентности пригодна как для низко-, так и для высокорейнольдсовых расчетов [14]. Для задания граничных условий на твердых стенках используются равновесные пристеночные функции FlowVision, прочие переменные описаны в [13].

Атмосферные условия моделируется заданием температуры, давления и влажности (функциональными зависимостями или при помощи таблиц от вертикальной координаты – высоты) в начальных и граничных условиях.

### 3.3 Математическая модель атмосферных течений большого масштаба FlowVision

Данная математическая модель применяется для исследования конвективных потоков в атмосфере высотой до нескольких километров. Гидростатическая составляющая давления в рассматриваемой задаче гораздо больше, чем те изменения давления, которые возникают при развитии конвективных потоков в атмосфере (термиков). В глобальном масштабе устройства для создания конвективных потоков могут обеспечить скорости воздуха порядка 1-5 м/с. Такие скорости приведут к колебаниям давления порядка 1-10 Па. Если же расчетная ячейка (глобально) имеет вертикальную протяженность около 50 м, а существенно меньший размер расчетных ячеек приведет к неоправданным машинным затратам, изменение давления в ячейке за счет гравитации составит порядка 500 Па – значительно больше (см. рис. 1)! Поэтому численные расчеты проводятся в относительных величинах.



**Рис. 1.** Иллюстрация к описанию специфики численного решения атмосферных задач

### Решаемые уравнения

При моделировании решаются следующие уравнения.

Уравнение неразрывности (2) и уравнение Навье-Стокса (3), а уравнение энергии задается через термодинамическую энтальпию:

$$\frac{\partial \rho h}{\partial t} + \nabla(\rho V H) = \frac{\partial p}{\partial t} + V \nabla p + \nabla(\lambda_t \nabla T) + Q, \quad (22)$$

где:  $h$  – энтальпия (считаем теплоемкость постоянной);  $\lambda_t$  – турбулентная теплопроводность;  $Q$  – источниковый член.

Для переноса пара рассчитывается уравнение переноса массовой доли пара:

$$\frac{\partial \rho C}{\partial t} + \nabla(\rho V C) = \nabla(D \nabla C), \quad (23)$$

где  $D$  – коэффициент диффузии;  $C$  – массовая доля пара:

$$C = \frac{m_p}{m}, \quad (24)$$

где  $m_p$  – удельная масса пара;  $m$  – удельная масса влажного воздуха.

Запишем уравнения Менделеева-Клапейрона для воздуха и пара:

$$\begin{aligned} m_p &= p_p V \frac{\mu_p}{R_0 T}, \\ m_a &= p_a V \frac{\mu_a}{R_0 T}, \end{aligned} \quad (25)$$

где  $\mu_p$  и  $\mu_a$  – молярная масса пара и воздуха, соответственно;  $R_0$  – универсальная газовая постоянная;  $V$  – объем.

Поскольку давление насыщения водяного пара гораздо меньше давления воздуха, будем считать:

$$C = p_p \frac{\mu_p}{p \mu_a}. \quad (26)$$

Введем давление насыщения водяного пара  $p_{eq}(p, T)$  – функция температуры и давления. Парциальное давление пара не может быть больше этой величины. Поэтому, если концентрация пара  $C$  стала больше, чем  $C_{max}$ , определяемое по формуле:

$$C_{max} = p_{eq} \frac{\mu_p}{p \mu_a} \quad (27)$$

значит, идет процесс выделения энергии.

Таким образом, если  $C > C_{max}$ , то в уравнении энергии источник равен:

$$Q = \dot{m}_p E, \quad (28)$$

где  $E$  – энергия фазового перехода, равная  $2.25 \cdot 10^6$  Дж/кг.

используя (28), запишем:

$$Q = \rho E \dot{C}, \quad (29)$$

Неподвижная атмосфера: скорости невозмущенной атмосферы равны нулю, плотность, температура и влажность зависят от вертикальной координаты  $y$ :

$$\begin{aligned} \rho_0 &= \rho(y) \\ T_0 &= T(y) \\ C_0 &= C(y) \\ P_0 &= P(y) \end{aligned} \quad (30)$$

При наличии источников возмущения в атмосфере появляются скорости  $V$  и температура, плотность и давление, отличные от невозмущенной атмосферы. Запишем параметры возмущенной атмосферы в виде:

$$\begin{aligned} \rho &= \rho' + \rho_0, \\ T &= T' + T_0, \\ p &= p' + p_0, \\ C &= C' + C_0. \end{aligned} \quad (31)$$

Уравнение для концентрации  $C'$  можно записать в виде уравнения (32), предполагая приращения в (31), кроме  $C'$ , малыми:

$$\frac{\partial \rho_0 C'}{\partial t} + \nabla(\rho_0 V C') + \nabla(\rho_0 V C_0) = \nabla(D \nabla C'). \quad (32)$$

Так как  $C_0$  зависит только от высоты, получим обычное уравнение для концентрации, но с источниковым членом:

$$\frac{\partial \rho_0 C'}{\partial t} + \nabla(\rho_0 V C') = \nabla(D \nabla C') - V_y \frac{\partial \rho_0 C_0}{\partial y}. \quad (33)$$

Отметим, что  $C = C' + C_0$ , и далее полную концентрацию надо различать с относительной, так как она выражает содержание влаги в воздухе. Для плотности воздуха с паром (при  $C < C_{max}$ ) получим:

$$\rho = \rho_a \left( 1 + \left( 1 - \frac{\mu_a}{\mu_p} \right) C \right), \quad (34)$$

где  $\rho_a$  – плотность сухого газа. Для приращений  $T'$  и из уравнения состояния получим ( $T' \ll T_0$ ):

$$\rho' = -\rho_0 \frac{T'}{T_0} + \rho_0 \left( 1 - \frac{\mu_a}{\mu_p} \right) C'. \quad (35)$$

Отметим, что при повышении температуры и/или концентрации плотность воздуха уменьшается – т.е. более теплый и влажный воздух легче более холодного или сухого.

Вместе с тем, при достижении  $C_{max}$  начинает выпадать влага в виде капелек. Поэтому плотность воздуха начнет расти, так как капельки воды почти не занимают объем, а парциальное давление водяного пара не изменяется, таким образом, при  $C > C_{max}$  можем написать:

$$\rho' = -\rho_0 \frac{T'}{T_0} + \rho_0 \left( 1 - \frac{\mu_a}{\mu_p} \right) (C_{max} - C_0) + \rho_0 \cdot (C - C_{max}) \quad (36)$$

Объединяя (35) и (36), получим:

Если  $C < C_{max}$ : (37)

$$\rho' = -\rho_0 \frac{T'}{T_0} + \rho_0 \left( 1 - \frac{\mu_a}{\mu_p} \right) C'$$

Если  $C \geq C_{max}$ :

$$\rho' = -\rho_0 \frac{T'}{T_0} + \rho_0 \left( 1 - \frac{\mu_a}{\mu_p} \right) (C_{max} - C_0) + \rho_0 \cdot (C - C_{max})$$

Таким образом, при выделении тумана плотность среды увеличивается.

Уравнение неразрывности в этих переменных записывается:

$$\nabla \rho_0 V = -\nabla \rho' V. \quad (38)$$

Или, если подставить (38)

$$\nabla \rho_0 V = \nabla \left( -\frac{T'}{T_0} + \left( 1 - \frac{\mu_a}{\mu_p} \right) \min(C, C_{max}) + \max(0, (C - C_{max})) \right) \rho_0 V. \quad (39)$$

Подставим эти выражения в уравнение энергии (22):

$$C_p \nabla \rho_0 T' V = -C_p \nabla (\rho' T_0 + \rho_0 T_0) V + V_y \frac{\partial \rho_0}{\partial y} + \nabla (\lambda_t \nabla (T' + T_0)) + Q. \quad (40)$$

Переходя к энтальпии  $h' = C_p T'$ :

$$\nabla \rho_0 h' V = -C_p \nabla (\rho' T_0 + \rho_0 T_0) V + V_y \frac{\partial \rho_0}{\partial y} + \nabla (\lambda_t \nabla (T' + T_0)) + Q. \quad (41)$$

Используем (2):

$$\nabla \rho_0 h' V = -C_p \rho' V_y \frac{\partial T_0}{\partial y} - C_p \rho_0 V_y \frac{\partial T_0}{\partial y} + V_y \frac{\partial \rho_0}{\partial y} + \nabla (\lambda_t \nabla (T' + T_0)) + Q. \quad (41)$$

В атмосфере давление и температура связаны соотношением:

$$p_0 = p_0(0) \cdot \left( \frac{T_0}{T_0(0)} \right)^{-\frac{g}{R \frac{\partial T_0}{\partial y}}}, \quad (41)$$

где  $T_0(0)$  и  $p_0(0)$  - температура и давление около земли (далее  $T_{00}$  и  $p_{00}$ ).

Уравнение (41) принимает вид:

$$p_0 = p_{00} \cdot \left( \frac{T_0}{T_{00}} \right)^{-\frac{g}{R \frac{\partial T_0}{\partial y}}}, \quad (42)$$

$$\rho_0 = \rho_{00} \cdot \left( \frac{T_0}{T_{00}} \right)^{-\frac{g}{R \frac{\partial T_0}{\partial y}} - 1}. \quad (43)$$

Заменим давление через температуру в уравнении энергии:

$$\nabla \rho_0 h' V = -\rho_0 V_y C_p \left( \frac{\partial T_0}{\partial y} - \frac{\rho'}{\rho_0} \frac{\partial T_0}{\partial y} + g \right) + \nabla (\lambda_t \nabla (T' + T_0)) + Q. \quad (44)$$

В уравнении Навье-Стокса поступаем точно таким же образом, получаем уравнение для скоростей  $V$  при плотности  $\rho_0$ .

Таким образом, получим систему уравнений, решаемую в ПК FlowVision:

$$\frac{\partial \rho_0 V}{\partial t} + \nabla (\rho_0 V \otimes V) = -\nabla p + \nabla \cdot \hat{\tau} - \rho' g. \quad (45)$$

Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla (\rho_0 V) = 0. \quad (46)$$

Уравнение энергии

$$\frac{\partial \rho_0 h'}{\partial t} + \nabla \rho_0 h' V = -\rho_0 V_y C_p \left( \frac{\partial T_0}{\partial y} - \frac{\rho'}{\rho_0} \frac{\partial T_0}{\partial y} + g \right) + \nabla (\lambda_t \nabla (T' + T_0)) + Q. \quad (47)$$

Уравнение переноса удельной доли влаги

$$\frac{\partial \rho_0 C'}{\partial t} + \nabla (\rho_0 V C') = \nabla (D \nabla C') - V_y \frac{\partial \rho_0 C_0}{\partial y}. \quad (48)$$

Относительная плотность равна (здесь  $C = C' + C_0$ ):

$$\rho' = -\rho_0 \left( \frac{T'}{T_0} + \left( 1 - \frac{\mu_a}{\mu_p} \right) \min(C_{max}, C) + \max(0, (C - C_{max})) \right). \quad (49)$$

$$\text{При } C \geq C_{max} \quad Q = \rho E \frac{\partial C}{\partial t}, \quad (50)$$

$$\text{При } C < C_{max} \quad Q = 0.$$

Поскольку сейчас в ПК FlowVision не доступны производные по времени, то для вычисления производной по времени используется приближенное выражение:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -V \nabla C. \quad (51)$$

Получаем в итоге:

$$\text{При } C \geq C_{max} \quad Q = -\rho E V_y \frac{\partial C}{\partial y}, \quad (52)$$

При  $C < C_{max}$   $Q = 0$ .

Дополнительно к данной системе уравнений еще решается система уравнений  $k$ - $\varepsilon$  модели турбулентности – модель KEFV [14, 15], в которой определяются турбулентная вязкость и турбулентная теплопроводность.

В первом члене правой части уравнения (47) присутствуют генерация вариации энтальпии («тепла») за счет подъема жидкости вверх. Генерации тепла, конечно, нет: подъем вызывает увеличение относительной температуры (это член с множителем  $(\frac{T'}{T_0} - 1)$ ) и охлаждение за счет работы сил давления (это член с множителем  $-g$ ). Источник задается в ПК FlowVision через пользовательский интерфейс. При наличии нескольких веществ (воздух и водяной пар или продукты сгорания) решается уравнение для переноса массы каждого компонента.

#### 4. Верификация математической модели FlowVision для атмосферных течений большого масштаба

Верификация представленной модели проводилась на нескольких задачах: моделирование условий в поднимающемся потоке в атмосфере высотой 6 км (одномерный подход), моделирование вертикальной струи высотой 100 м, а также обтекание объекта типа аэростата на высоте 1 км.

Сравнение температуры в вертикальной «трубе» высотой 6 км проводится с аналитическим решением, а именно изменением температуры по высоте, определяемым по закону адиабатического расширения [7]. Результаты представлены на рис. 2. Решение при использовании модели атмосферных течений большого масштаба FlowVision показывает согласие с аналитической зависимостью в пределах 0,1% до высоты, по крайней мере, 3 км.

Моделирование вертикальной горячей струи и обтекание объекта производится в двух постановках – в сжимаемой «классической» постановке и при использовании модели атмосферных течений большого масштаба. Для верификации выбраны такие расчетные случаи, которые показывали сходимость и стабильность решения в сжимаемой постановке.

Расчетный случай с вертикальной струей воздуха, поступающей в атмосферу со скоростью 3 м/с и избыточной температурой 5 °С: для каждого метода строится одинаковая расчетная сетка – равномерная кубическая со стороной 20 м, задается шаг по времени интегрирования – 1.5 сек (постоянный). Расчеты показали, что профили струи и картина течения в целом хорошо согласуются между собой (рис. 3). В сжимаемой постановке наблюдается большее вихреобразование, которое может быть связано с наличием поперечных градиентов плотности. В обоих сравниваемых случаях получается отрицательная избыточная температура (от -0,03 до -0,09 °С) за счет эффекта эжекции: нижние слои, более холодные по сравнению с ядром струи, увлекаются струей наверх и охлаждаются при расширении.

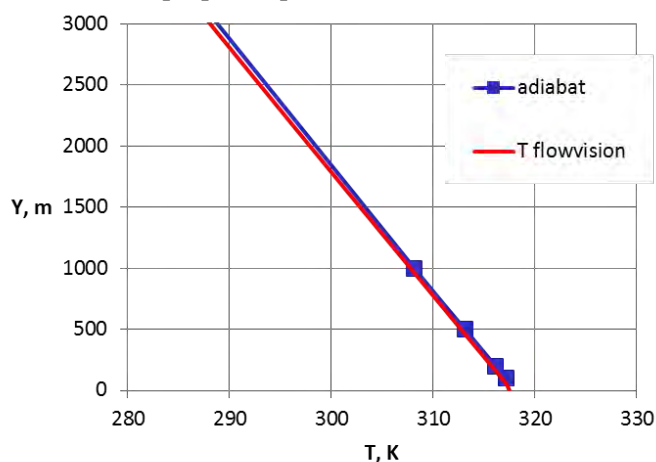
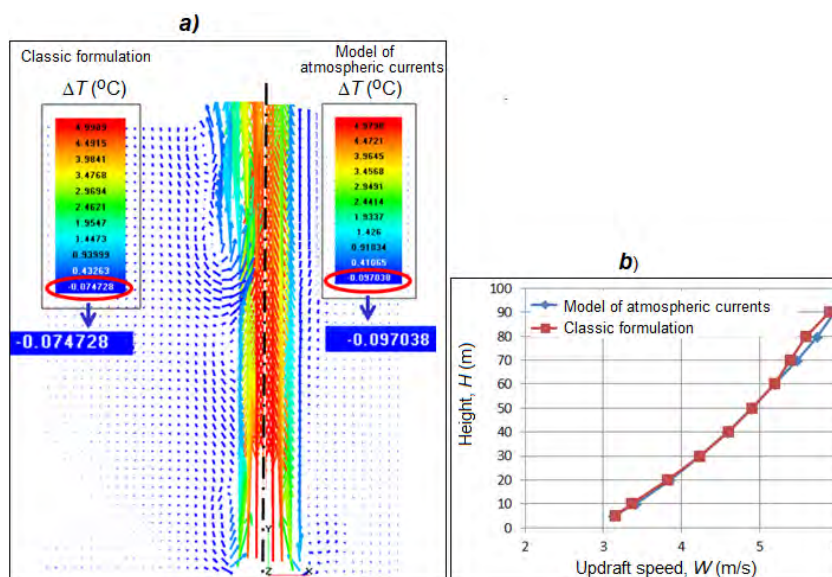


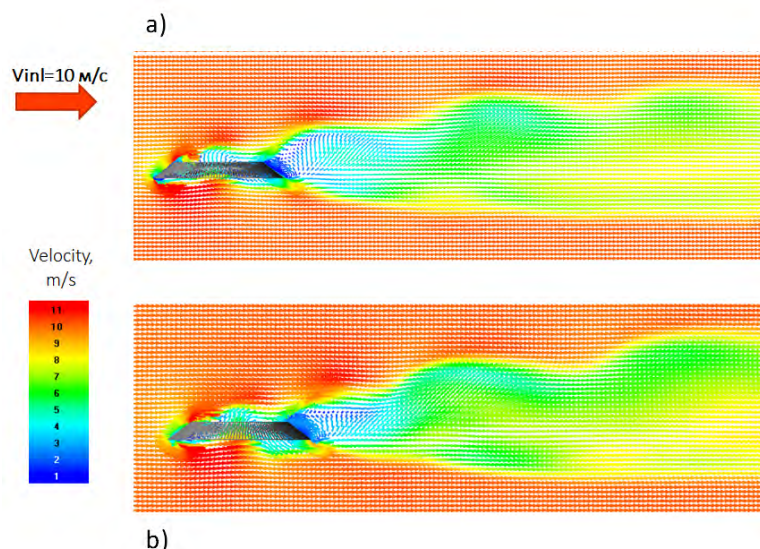
Рис. 2. Сравнение графиков температуры при адиабатическом подъеме и полученные в расчете ПК FlowVision





**Рис. 3.** Сравнение картин течения в классической постановке и в модели атмосферных течений FlowVision: а) поле скоростей с раскраской векторов по избыточной температуре  $\Delta T$  (°C); б) зависимость скорости восходящего потока  $W$  (m/s) от высоты

При обтекании нагретого объекта сравнивалась сила сопротивления воздуха и средняя температура на поверхности, полученные в результате решения в разных постановках. Расчетная сетка и шаг по времени также задавались одинаковыми. Сравнение силы сопротивления, действующей на конус, и средней температуры поверхности конуса показало относительную погрешность двух расчетов в пределах 3,6%, картина течения вблизи объекта получалась качественно одинаковой (см. рис. 4).



**Рис. 4.** Сравнение картин течения: а) в классической постановке и в б) модели атмосферных течений FlowVision. Показаны векторы скорости, м/с

## 5. Реализация методики

### 5.1 Исследование вертикально направленной конвективной струи

Моделируется струя, которая поднимается вверх, постепенно расширяясь и наращивая массу за счет вовлечения окружающего воздуха. Вертикальная скорость и температура струи уменьшаются по мере подъема. Тепло конденсации водяного пара (при наличии) поддерживает

перегрев струи  $\Delta T$  и ее плавучесть. Радиус струи, ее температура, вертикальная скорость и высота подъема зависят от следующих факторов:

- а) параметры струи на выходе реактивного двигателя ( $\Delta T_0$ ,  $W_0$ ,  $M_0$ );
- б) наличие фазового перехода с выделением тепла;
- в) характеристики атмосферы: температуры и влажности воздуха, скорость ветра и их вертикальные градиенты, а также толщины и глубины задерживающих слоев.

При благоприятных атмосферных условиях (слабый ветер, повышенная влажность воздуха, наличие конвективной неустойчивости и минимум слоев инверсии) восходящий поток, инициируемый реактивной струей, может достигнуть уровня естественной конденсации и привести к формированию искусственного конвективного облака и образованию осадков.

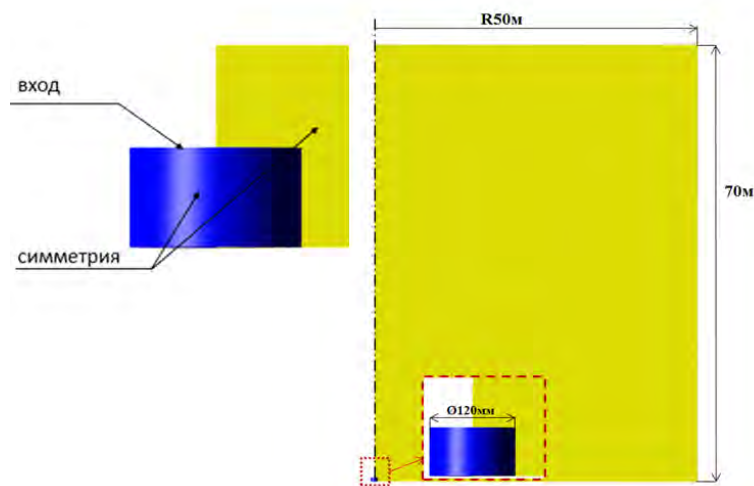
#### Постановка задачи в ПК FlowVision

Задача делится на две части: моделирование высокоскоростной струи вблизи двигателя и конвективной струи в свободной атмосфере. Для постановки в свободной атмосфере высотой несколько километров в качестве граничных условий задаются параметры (в виде функциональных зависимостей температуры, давления, скорости, концентрации пара), полученные в сжимаемой постановке. Струя двигателя в сжимаемой постановке моделируется в расчетной области, которая представляет собой параллелепипед размерами 70x70x35 м. Сопло двигателя представляет собой цилиндр, диаметром 1,2 м и высотой 0,7 м.

Конвективная струя в атмосфере на некотором расстоянии от сопла моделируется в постановке атмосферных течений большого масштаба в двух вариантах:

- в безветренной ситуации в двумерном осесимметричном варианте в 4-х градусном секторе цилиндра радиусом 3000 м и высотой 6000 м;
- в случае действия бокового ветра
- в трехмерном варианте в объеме параллелепипеда с боковыми размерами 6000x6000-м и высотой 3000 м.

Геометрическая модель и расстановка граничных условий представлены на рис. 5. На входе задавался расход продуктов сгорания и температура в соответствии с режимом работы двигательной установки.



**Рис. 5.** Постановка осесимметричной задачи с истечением высокоскоростной струи, направление струи – вертикально вверх (показаны размеры расчетной области и расстановка граничных условий)

При расчете параметров сжимаемого течения использовалась неравномерная сетка, сгущенная в области основной струи. Сетка адаптируется (измельчается) в области выхода струи до 3 уровня адаптации. Минимальный размер ячейки расчетной сетки с ее адаптацией составляет 0,04 метра, а число расчетных ячеек равно 37 тысяч.

При расчете параметров атмосферных течений большого масштаба также использовалась неравномерная сетка, сгущенная в области струи. Минимальный размер начальной ячейки составляет 10 метров. Далее сетка адаптируется в области наибольших возмущений до 3 уровня адаптации. Общее число расчетных ячеек составляет порядка 90 тысяч для постановки без ветра и до 8-12 млн. расчетных ячеек – в постановках с ветром.

### Результаты моделирования

Проведены численные эксперименты по исследованию параметров восходящих потоков, инициируемых вертикально ориентированной реактивной струей. Рассматривались трехмерные поля температуры и скорости струи в зависимости от вертикальных профилей температуры, влажности и скорости ветра в атмосфере. Исследования проводились как на теоретических атмосферных профилях, так и на реальных, полученных путем измерения (41217 OMAA Abu Dhabi Inter Arpt Observations at 12Z 22 Jan 2017).

Расчет течения в атмосфере показал, что более или менее симметричную форму струя приобретает на высотах 500 м и более, после значительного увеличения радиуса и потери скорости. Наклон и снос струи относительно небольшой в приземном слое, где вертикальная скорость струи  $W$  значительно превышает скорость ветра  $U$ , и увеличиваются с высотой по мере уменьшения скорости струи и отношения скорости струи к скорости ветра  $W/U$  (см. рис. 6).

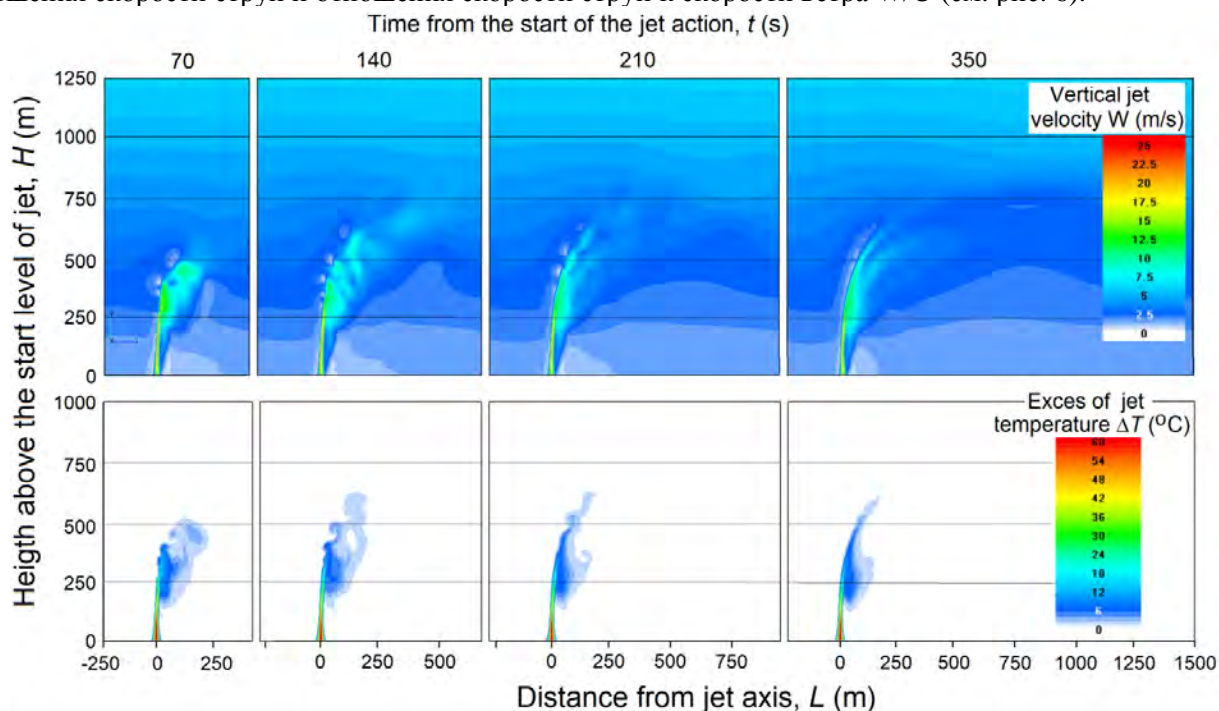


Рис. 6. Вертикальные сечения полей  $W$  и  $\Delta T$  при профиле скорости ветра  $U = 1 + 0,004H$  (41217 OMAA Abu Dhabi Inter Arpt Observations at 12Z 22 Jan 2017)  $\gamma = 6,5 \text{ }^\circ\text{C/km}$ ,  $f = 45\%$

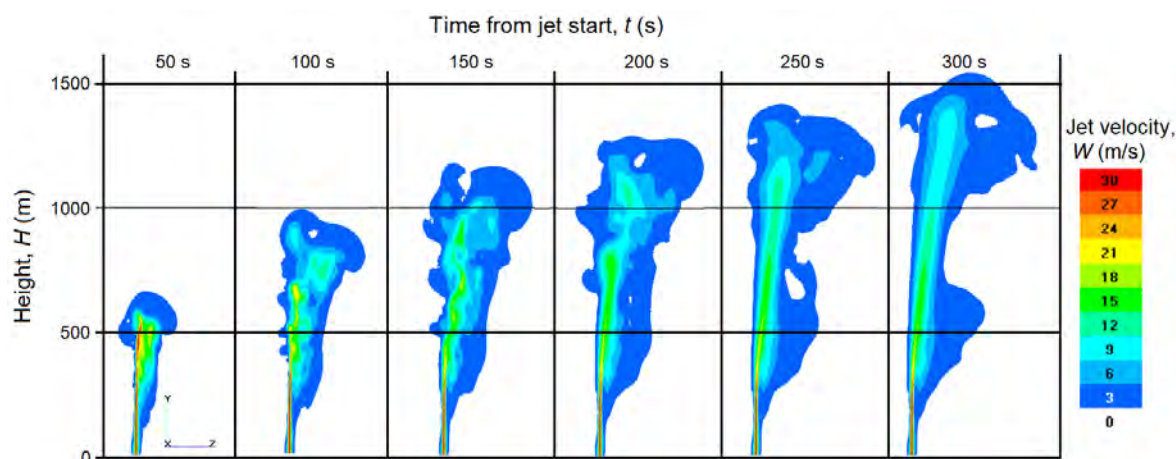


Рис. 7. Вертикальные сечения полей  $W$  и  $\Delta T$  при скорости ветра на всех высотах  $U = 1 \text{ м/с}$  и  $dU/dh = 0$  через 50, 100, 150... 300 с после начала работы двигателя.  $\gamma = 6,5 \text{ }^\circ\text{C/km}$ ,  $f = 45\%$

Скорость подъема вершины струи в безветренной и маловетренной атмосфере заметно больше. Например, в маловетренной атмосфере (рис. 7) в первые 50 с после старта струя достигает высоты  $H = 660 \text{ м}$  со средней скоростью  $W = 13,2 \text{ м/с}$ , в следующие 50 секунд струя дости-



гает  $H = 1000$  м, преодолев 340 м со средней скоростью  $W = 6,8$  м/с, а в следующие 50 секунд струя достигает  $H = 1240$  м с  $W \approx 4,8$  м/с, выше поднимается с  $W \approx 2,8$  м/с и менее.

В атмосфере со сдвигом ветра струя через 70 секунд достигает высоты 600 м со средней скоростью  $W \approx 8,5$  м/с. Через 140 секунд струя достигает  $H = 830$  м, преодолев слой протяженностью 230 м со скоростью 3,3 м/с, а через 210 секунд струя достигает максимальной высоты 860 м, преодолев последние 30 м со скоростью 0,43 м/с. Т.е. струя поднимается с постепенной потерей скорости. Дальнейшее действие источника после 210 секунды не приводит к заметным изменениям формы и высоты подъема струи.

При прочих равных атмосферных условиях увеличение вертикального градиента ветра от  $dU/dh = 0$  до  $dU/dh = 0,004H$  м/с приводит к уменьшению высоты подъема струи почти в 2 раза (с 1550 м до 860 м, хотя возмущения полей скорости достигают высоты 1000 м). Т.е. наличие ветра даже с шадящей скоростью ( $U = 1+0,004H$ ) значительно уменьшает высоту подъема струи, что очень ограничивает возможность создания искусственных облаков.

Численные исследования показали, что даже в безветренной атмосфере струя достигает уровня конденсации только при определенных атмосферных условиях: конденсация в струе наблюдалась только при задании высокого градиента температуры в атмосфере, порядка 8,5-9,5 °С/км (расчетный случай с заданием реального профиля). Во всех расчетных случаях с ветром конденсация в струе не наблюдалась ни в одном из вариантов. Кроме того, в процессе исследования поведения модели было установлено, что для наиболее точных результатов моделирования необходимо учитывать влажность воздуха. Таким образом, даже в отсутствие процессов конденсации струя поднимается выше при учете в модели за счет того, что воздух влажный (отличие по профилю скорости до 20%). Большая высота подъема струи во влажной атмосфере объясняется тем, что влажный воздух легче сухого (см. рис. 8).

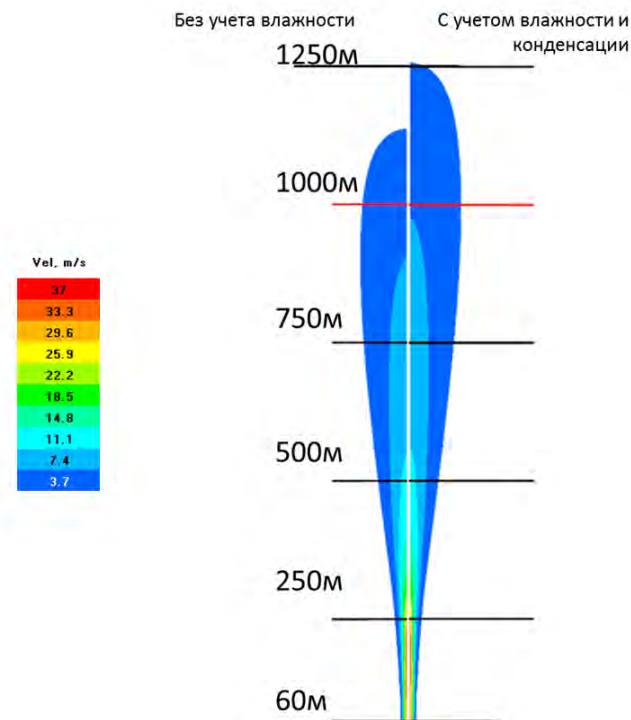


Рис. 8. Распределение скорости, м/с, в струе в неподвижной атмосфере с учетом влажности и конденсации, а также без учета влажности,  $\gamma = 6,5$  °С/км,  $f = 45\%$

## 6. Вычислительные ресурсы

В ходе исследования необходимо было провести более 100 численных экспериментов. Так как размерность расчетной сетки достигала 12 млн. расчетных ячеек, возникла потребность проведения расчетов на суперкомпьютере. 3D-расчеты с ветром проводились с использованием суперкомпьютера ЮУрГУ «Торнадо». Количество узлов для каждой задачи выбиралось, исходя из общих рекомендаций по загрузке ядер и оптимального количества ячеек на ядро, прове-

денного для ПК FlowVision в исследовании [16-17]. Моделирование одного расчетного варианта занимает около 20 часов при работе в оптимальном режиме.

## 7. Заключение

Для исследования возможности создания искусственных облаков и осадков создана математическая модель атмосферных течений большого масштаба FlowVision, проведена адаптация программного комплекса FlowVision и верификация модели. Определено, что наличие влажности оказывает влияние на высоту конвективных потоков (10...20%) на примере струи как при наличии ветра, так и в безветренной атмосфере. Даже в отсутствие процессов конденсации струя поднимается выше за счет того, что воздух влажный (отличие по профилю скорости до 20%).

Проведено 3-D моделирование движения в атмосфере вертикально направленной реактивной струи, проведены многочисленные эксперименты по исследованию структуры полей скорости и температуры. Установлено, что сильный ветер, сдвиг ветра и большие слои инверсии являются серьезными препятствиями для стимулирования искусственной конвекции. В безветренной атмосфере струя достигает уровня конденсации только при определенных атмосферных условиях, в частности градиент температуры должен быть порядка 8,5-9,5 °С/км. Наличие даже небольшого ветра приводит к тому, что естественная конвекция не наблюдается.

Очевидно, что повышение мощности реактивного двигателя облегчает решение проблемы, но это ограничено техническими характеристиками реактивных двигателей, поэтому предлагается на следующих этапах работы повысить целевой потенциал установки путем введения энергетической подпитки вертикально направленной реактивной струи теплом конденсации водяного пара на гигроскопическом аэрозоле, который вводится на старте струи. Возможный положительный эффект различных смесей аэрозоля будет проводиться на следующих этапах работы.

Научно-исследовательская работа выполняется в рамках Проекта APP-REP-2017-02120 «Создание восходящих потоков для формирования искусственных облаков и осадков» за счет финансирования по гранту Национального Центра по Метеорологии ОАЭ.

## Литература

1. Graham S., Parkinson C., Chahine M. The water cycle. NASA Earth Observatory. URL: <https://earthobservatory.nasa.gov/features/Water> (дата обращения: 14.12.2021).
2. Dessens H. Un centre International de physique des nues a Kuba // J. Rech. Atm. 1965. No. 4. P. 173–174.
3. Dessens H., Dessens J. Experiences avec le meteotrone an Centre de Recherches atmospheriques // J. Rech. Atm. 1964. Vol. 1. P. 158–162.
4. Vulfson N.I, Levin L.M. Meteotron as the means of influence on the atmosphere. Gidrometeoizdat., 1987. 129 p.
5. Kuznetsov A.A., Konopasov N.G. The meteotron. Book No 1. The research complex. Vladimir: Publishing House of Vladimir state University, 2014. 167 p.
6. Kuznetsov A.A., Konopasov N.G. The meteotron. Book No 2. Experiments. Observations. Assessments. Registrations. Vladimir: Publishing House of Vladimir state University, 2015. 232 p.
7. Kachurin L.G. Physical bases of atmospheric processes modification. Leningrad: Hydrometizdat., 1990. 463 p.
8. Гостинцев Ю.А. и др. Численное моделирование конвективных движений над большими пожарами при различных атмосферных условиях // Физ. гор. и взрыва. 1991. № 6. С. 10.
9. Alamaro M. Fundamentals of a Vertical Free Jet. URL: [http://web.mit.edu/alamaro/www/jet/jet\\_calculations\\_2014.pdf](http://web.mit.edu/alamaro/www/jet/jet_calculations_2014.pdf) (дата обращения: 14.12.2021).

10. Затевахин М.А. и др. Численное моделирование процесса всплытия системы высокотемпературных турбулентных термик в неоднородной сжимаемой атмосфере // Теплофизика высоких температур. 1994. Т. 32, № 1. С. 44–56.
11. Полежаев В.И., Власюк М.П. Модель проникающей конвекции сжимаемого газа в глубокой атмосфере // Доклады Академии наук. Российская академия наук. 1971. Т. 201, № 3. С. 552–555.
12. Абшаев А.М., Абшаев М.Т. Способ и устройство создания искусственных облаков и осадков.
13. FlowVision. User's Guide 3.12.01. URL: [https://flowvision.ru/webhelp/fvru\\_31201/](https://flowvision.ru/webhelp/fvru_31201/) (дата обращения: 14.12.2021).
14. Жлуктов С.В., Аксенов А.А., Карасев П.И. Моделирование байпасного ламинарно-турбулентного перехода в рамках  $k-\epsilon$  подхода // Компьютерные исследования и моделирование. 2014. Т. 6, № 6. С. 879–888.
15. Жлуктов С.В., Аксенов А.А., Карасев П.И. Моделирование отрывного течения с использованием двухпараметрической модели турбулентности // Компьютерные исследования и моделирование. 2016. Т. 8, № 1. С. 79–88.
16. Андреев А.Е. и др. О применении высокопроизводительных вычислений в фундаментальных исследованиях, прикладных и образовательных проектах ВолгГТУ // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2021). 2021. С. 131–142.
17. Щеляев А.Е. и др. FlowVision HPC: Решение больших задач вычислительной гидродинамики.
18. Андреев А.Е. и др. Использование программного комплекса FlowVision для моделирования атмосферных явлений // Национальный суперкомпьютерный форум: сборник тезисов докладов. 2018.